

d) (10%) Finn løsningen til ligningen ⁵

$$6^x + 4^x = 9^x \quad (43)$$

Løsning:

$$6^x + 4^x = 9^x \quad \bigg/ : 4^x \quad (44)$$

$$\frac{6^x}{4^x} + \frac{4^x}{4^x} = \frac{9^x}{4^x} \quad \bigg/ \frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x \quad (45)$$

$$\left(\frac{6}{4}\right)^x + 1 = \left(\frac{9}{4}\right)^x \quad \bigg/ \frac{9}{4} = \frac{3^2}{2^2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \quad (46)$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^x + 1 = \left(\left(\frac{3}{2}\right)^2\right)^x \quad (47)$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^x + 1 = \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} \quad \bigg/ (a^x)^y = a^{xy} \quad (48)$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^x + 1 = \left(\left(\frac{3}{2}\right)^x\right)^2 \quad \bigg/ u = \left(\frac{3}{2}\right)^x \quad (49)$$

$$u + 1 = u^2 \quad (50)$$

$$0 = u^2 - u - 1 \quad (51)$$

$$u = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{2 \cdot 1} \quad \bigg/ (ABC\text{-formelen}) \quad (52)$$

$$u = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \quad (53)$$

⁵Dette er regnet som en A-oppgave. Denne oppgaven er litt vanskelig. Hopp over den dersom du bruker lang tid på den.

Legg nå merke til at den ene (negative) løsningen fra *ABC*-formelen ikke er gyldig, siden u må være positiv ($u > 0$).

Vi substituerer inn $u = \left(\frac{3}{2}\right)^x$ i lign.(53):

$$\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \quad / \ln(-) \quad (54)$$

$$\Updownarrow$$

$$x \ln\left(\frac{3}{2}\right) = \ln\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right) \quad / \frac{1}{\ln\left(\frac{3}{2}\right)} \quad (55)$$

$$\Updownarrow$$

$$x = \frac{\ln\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)}{\ln\left(\frac{3}{2}\right)} \quad (= 1.186814389) \quad (56)$$

Løsningsmengden er dermed gitt ved: ⁶

$$\mathcal{L} = \left\{ \frac{\ln\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)}{\ln\left(\frac{3}{2}\right)} \right\} \quad (59)$$

■

⁶For de spesielt interesserte kan vi nevne at uttrykket

$$\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \quad (57)$$

er det velkjente "**gyldne snitt**", så løsningen er egentlig gitt som:

$$\mathcal{L} = \{\ln \phi / \ln(3/2)\}. \quad (58)$$